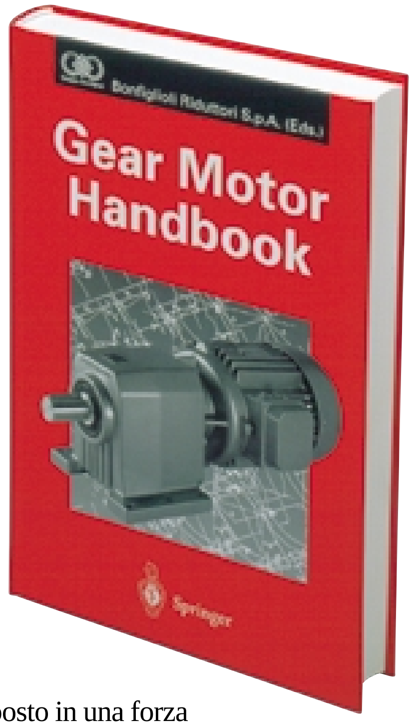
Continua la pubblicazione integrale di parti del "GEAR MOTOR HANDBOOK"

PARTE II° DINAMICA DEI SOLIDI E RESISTENZA DEI MATERIALI

Jacques Sprengers Presidente ISO/TC 60



1.8.2 Angolo di Attrito

Si consideri (Fig. 1.3) un solido posto su un piano inclinato con inclinazione variabile α.

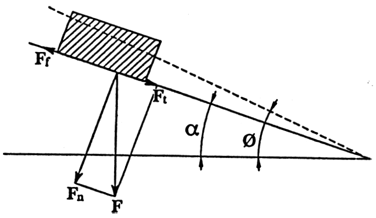


Fig. 1.3. Piano inclinato

1.8.2 Angular Value of the Coeffficient of Friction

Let us consider (Fig. 1.3) a solid on an inclined plane with a variable inclination α.

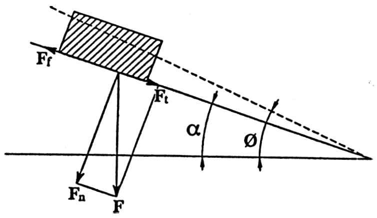


***Fig 1.3** Inclined plane*

Il peso del solido F può essere scomposto in una forza F_n normale rispetto al piano inclinato e una forza F_t tangenziale a tale piano.
Si ha quindi:

The solid's weight F can be decomposed into a force F_n normal to the inclined plane and a force Ft tangential to this plane. We have:

$$F_n = F\cos\alpha \qquad (1.051)$$
$$F_t = F\sin\alpha \qquad (1.052)$$

Sotto l'azione della forza tangenziale il solido tende a muoversi mentre sotto l'azione della forza normale si crea una forza tangenziale che si oppone allo spostamento: la forza d'attrito. Per un particolare valore ϕ di α le due forze sono uguali. Si può quindi scrivere:

Under the action of the tangential force the solid tends to decompose. Under the action of the normal force , a tangential force standing against the shift is created: the force of friction. For a value ϕ of α, the two forces are the same. We can then write:

$$F\sin\phi = \mu\, F\cos\phi \qquad (1.053)$$

Ne consegue che:

It follows that

$$\mu = \tan\phi \quad . \qquad (1.054)$$

L'angolo ϕ viene chiamato angolo d'attrito.

The angle ϕ is called angle of friction.

1.8.3 L'Azione del Cuneo

18.3 The Wedge Effect

Si consideri un cuneo sul cui piano inclinato dell'angolo α è appoggiato un solido (Fig. 1.4).

Let us consider a corner with an angle α situated under a solid with which this corner is in contact on its inclined plane (Fig 1.4.)

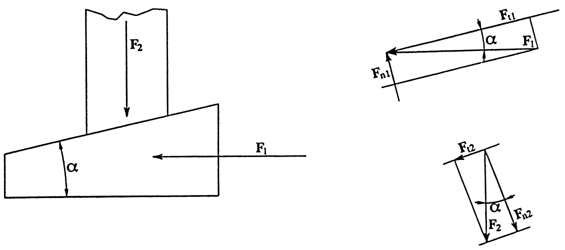


Fig. 1.4. Azione del cuneo

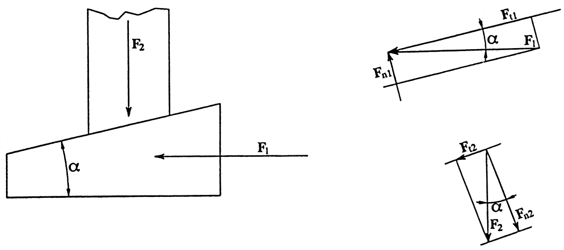


Fig. 1.4. *Wedge effect*

Sia F_1 la forza agente sul cuneo e F_2 quella agente sul solido perpendicolarmente a F_1.
Queste forze possono essere scomposte in una forza normale e una tangenziale rispetto al piano di contatto dei due solidi:

Let us call F_1 the force acting on the corner and F_2 the force acting perpendicularly on the corner on the second solid. These forces can be decomposed into a normal force and a tangential force as to the connection plane of the two solids:

$$F_{t1} = F_1 \cos \alpha \qquad (1.055)$$

$$F_{n1} = F_1 \sin \alpha \qquad (1.056)$$

$$F_{t2} = F_2 \sin \alpha \qquad (1.057)$$

$$F_{n2} = F_2 \cos \alpha \quad . \qquad (1.058)$$

Le forze normali creano una forza d'attrito che si oppone al movimento:

The normal forces create a force of friction standing against the movement:

$$F_{f1} = F_{n1} \tan \phi = F_1 \sin \alpha \tan \phi \qquad (1.059)$$

$$F_{f2} = F_{n2} \tan \phi = F_2 \cos \alpha \tan \phi \quad . \qquad (1.060)$$

Se F_1 è attiva e F_2 passiva, nel caso di uno spostamento x lungo il piano inclinato il lavoro della forza tangenziale F_{t1} è equilibrato dal lavoro passivo delle altre forze tangenziali:

If F_1 is active and F_2 passive, for a shift x along the inclined plane, the work of the tangential force F_{t1} is balanced by the passive works of the other tangential forces:

$$F_{t1}\, x = F_{t2}\, x + F_{n1}\, x + F_{n2}\, x \qquad (1.061)$$

oppure:

or:

$$F_{t1} = F_{t2} + F_{n1} + F_{n2} \quad . \qquad (1.062)$$

Sostituendo le forze con i rispettivi valori in base alle

By replacing the forces with their values following equazioni (1.055), (1.056), (1.059) e (1.060), risulterà che:

equations (1.055), (1.056), (1.059) and (1.060), it will result that:

$$F_2 = F_1 \tan(\alpha + \phi) \quad . \qquad (1.063)$$

Se F_2 è attiva e F_1 passiva, ne consegue che:

If F_2 is active and F_1 is passive, it will follow that:

$$F_1 = F_2 \tan(\alpha - \phi) \quad . \qquad (1.064)$$

Si noti che se l'inclinazione del piano è inferiore o uguale all'angolo di attrito per quanto elevata sia F_2 non è possibile esercitare alcuna forza in direzione di F_1. In questo caso si dice quindi che esiste irreversibilità.
In assenza di attrito la relazione tra le due forze sarebbe:

We will notice that, if a force in the direction of F_1 has to be obtained, an infinite force should be applied (if the inclination of the plane is equal or inferior to the angle of friction); It is said that there is irreversibility, i.e. that action is not possible. Without friction, the relationship between the two forces would be:

$$F_1 = F_2 \tan\alpha \quad . \qquad (1.065)$$

Se F_1 è attiva, il rendimento sarà dato da:

If F_1 is active, efficiency will be given by:

$$\eta = \frac{\tan\alpha}{\tan(\alpha + \phi)} \quad . \qquad (1.066)$$

Se F_2 è attiva, risulterà:

Otherwise, it will result:

$$\eta = \frac{\tan(\alpha - \phi)}{\tan\alpha} \quad . \qquad (1.067)$$

Il principio del cuneo viene spesso utilizzato in meccanica: chiavette a cuneo, dadi e bulloni, viti senza fine e ruote elicoidali ecc.

The wedge effect is frequently used in mechanics: dovetailing, bolt and nut, worm and worm wheel, etc.

1.8.4 Attrito nei Perni

La Fig. 1.5 mostra una ruota di diametro *D* montata su un perno di diametro *d* sul quale agisce la forza *F*. Sotto l'azione della forza *F*, l'attrito del perno nella sua sede provoca uno sforzo d'attrito tangente al perno $F_f = \mu F$. Per fare avanzare la ruota, trascurando l'attrito volvente sul piano d'ap-

18.4 Friction of a Roller on its Axis

A roller whose diameter is D charged with a force F and whose axis has diameter d is shows in figure 1.5. Under the action of the force F, the friction of the axis $F_f = \mu F$. In order to make the roller turn by moving forward, an effort F_t should be applied at the centre of the roller poggio, si deve applicare uno sforzo F_t al perno in corrispondenza del centro del perno per creare una coppia $F_t\, D/2$ in grado di vincere la coppia resistente pari a $F_f\, d/2$ generata dalla coppia di attrito. Si avrà quindi la relazione:

$$F_t = F \mu \frac{d}{D} \qquad (1.068)$$

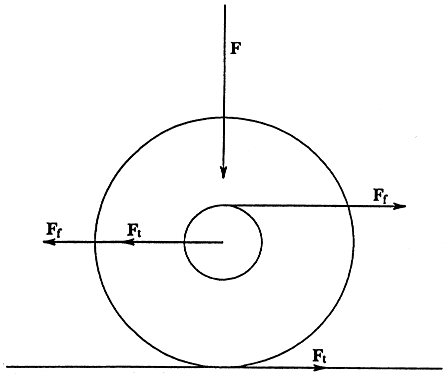


Fig. 1.5. Perno-Ruota

1.8.5 Attrito di una Cinghia su di una Puleggia

Si consideri (Fig. 1.6) una cinghia su una puleggia di diametro *d*.

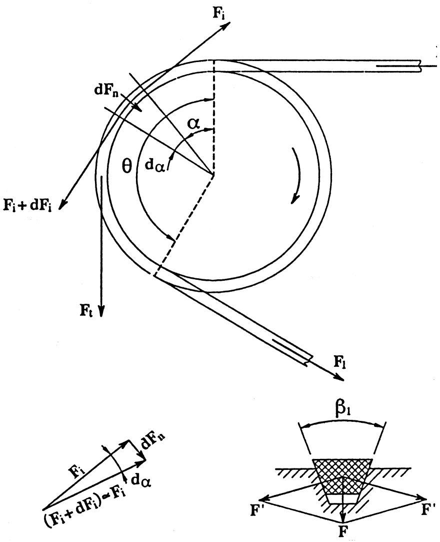


Fig. 1.6. Puleggia e cinghia

Sia F_1 la forza nel tratto inferiore e F_2 quella nel

to create a torque $F_t\, D/2$ capable of overcoming the resistant torque created by the force of friction , a torque equal to $F_f\, d/2$.
We have a relationship:

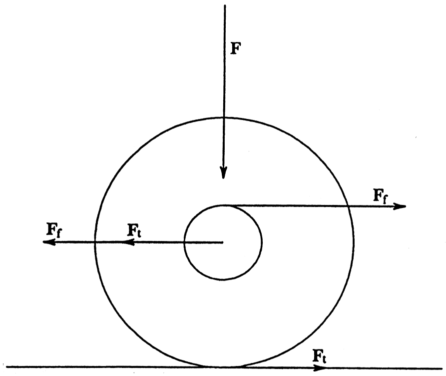


Fig. 1.5. *Roller*

18.5 Friction of a Belt Around its Pulley

Let us consider (Fig. 1.6) a belt on a pulley with a diameter d.

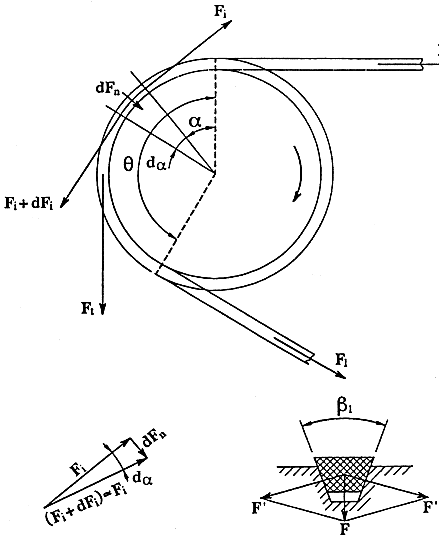


Fig.1.6. *Pulley and belt*
Let us call F_1 the force in the upper branch and F_2 the force in the lower branch. A very small element

tratto superiore. In un punto qualsiasi formante un angolo α rispetto al raggio passante per il punto di tangenza della forza F_2 con la puleggia, si può considerare un tratto elementare di cinghia. I due raggi delimitanti questo tratto elementare formano un angolo dα. Ad una estremità dell'elemento agisce la forza F_i e se $F_2 < F_1$, la forza all'altra estremità $F_i + dF_i$. La risultante dF_n di queste due forze può essere espressa da:

of the pulley can be considered at any of the points forming an angle α with the radius passing by the tangential point of the F_1 to the pulley. The two radiuses delimiting this stumb form an angle d α. On one side the force is F_i and, if F_2 is smaller than F_1, the force on the other side of the stumb will be $F_i + dF_i$. These two compound forces give a force dF_n whose value is:

$$dF_n = F_i \, d\alpha \quad . \qquad (1.069)$$

Questa forza genera una forza d'attrito μ dF_n pari a dF_i. Ne risulterà che:

This force creates a force of friction μ dF_n that is equal to dF_i. It will then result that:

$$\frac{dF_i}{F_i} = \mu \, d\alpha \qquad (1.070)$$

e integrando per tutto l'arco di contatto della cinghia con la puleggia:

and by integrating the whole lenght of the belt in contact with the pulley:

$$\int_{F2}^{F1} \frac{dF_i}{F_i} = \int_0^{\theta} \mu \, d\alpha \quad . \qquad (1.071)$$

Risolvendo questa equazione risulta di conseguenza che:

By solving this equatiopn it consequently follows that:

$$\ln \frac{F_1}{F_2} = \mu \, \theta \qquad (1.072)$$

$$F_1 = F_2 \, e^{\mu\theta} \quad . \qquad (1.073)$$