

Continua la pubblicazione integrale di parti del "GEAR MOTOR HANDBOOK"

PARTE II° DINAMICA DEI SOLIDI E RESISTENZA DEI MATERIALI

Jacques Sprengers Presidente ISO/TC 60

1.5 Moto Rotatorio

Il moto rotatorio è caratterizzato dal fatto che la velocità angolare e l'accelerazione angolare sono uguali in tutti i punti del solido. Velocità e accelerazioni lineari cambiano da un punto all'altro ad eccezione dei punti che si trovano alla stessa distanza dall'asse di rotazione.

1.6 Energia Meccanica, Lavoro e Potenza

1.6.1. Introduzione

Le varie forme di energia si trasformano le une nelle altre. Si parla di energia elettrica, energia termica, energia meccanica, ecc.

L'energia meccanica si presenta sotto forma di energia associata al moto. L'energia meccanica utilizzata è il lavoro che nel moto di traslazione è espresso da $dW = dF \cdot x$. L'energia utilizzata o che può essere utilizzata nell'unità di tempo è detta Potenza.

1.6.2. Energia Potenziale

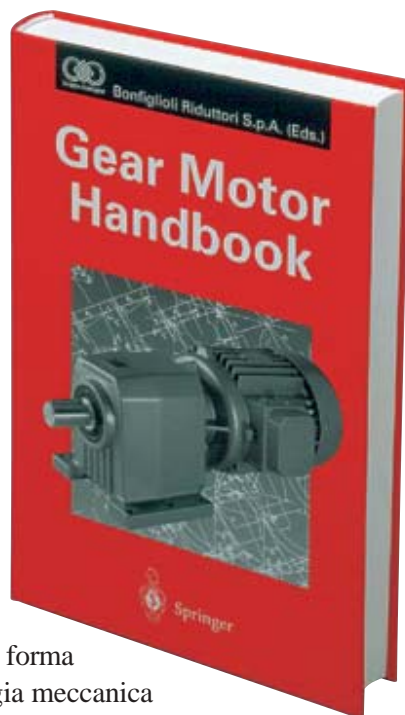
L'energia potenziale è energia meccanica immagazzinata in un solido che può trasformarsi in lavoro. Quest'energia, nel caso di un corpo di massa m sottoposto all'azione della gravità con un'accelerazione g e situato ad un'altezza h , può essere espressa da:

$$E_p = m g h \quad (1.005)$$

Se una massa m cade da un'altezza h , il lavoro compiuto è equivalente a quest'energia potenziale. Se la massa cade da h a h_0 , il lavoro compiuto sarà:

$$W = m g (h - h_0) \quad (1.006)$$

L'energia potenziale può anche essere l'energia immagazzinata in una molla. Se la costante elastica



1.5 Movement of Rotation
The main characteristic of the movement of rotation is that the angular speed and the angular acceleration are the same for all the points of the solid. The linear speeds and accelerations change from one point to another apart from the points situated at a same distance from the axis of rotation.

1.6 Mechanical Energy, Work and Power

1.6.1 Introduction

The different energies change from one to another. They are the electric energy, heat energy, mechanical energy, etc. Mechanical energy is the form of energy linked with movement. Work uses mechanical

energy directly and in translating movement is expressed by $dW = dF \cdot x$. The energy that is utilized or that can be utilized in a unit of time is power.

1.6.2 Potential Energy

The potential energy is a mechanical energy accumulated in a solid that can turn into work. This energy is the energy accumulated into a body with a mass m subjected to gravity with an acceleration g and situated at a height h . It can be expressed by:

$$E_p = m g h \quad (1.005)$$

If the mass m falls from the height h , the released work is equivalent to this potential energy. If the mass falls from h to h_0 , the work saved will be:

$$W = m g (h - h_0) \quad (1.006)$$

Potential energy can also be the energy accumulated into a spring. If the elastic constant of a spring is

di una molla è definita dal rapporto tra la forza applicata alla molla e la sua deformazione e se questa costante è rappresentata da c , l'energia potenziale della molla deformata sarà data da:

$$E_p = \frac{1}{2} c \lambda^2 \quad (1.007)$$

dove l è la deformazione della molla. Se la molla si estende da l a l_0 , l'energia meccanica immagazzinata sarà:

$$\Omega = \frac{1}{2} \chi (\lambda^2 - \lambda_0^2). \quad (1.008)$$

La costante elastica di una molla di torsione è data dal rapporto tra la coppia applicata e la deformazione che ne consegue.

L'energia potenziale sarà quindi data da:

$$E_p = \frac{1}{2} c_t \theta^2 \quad (1.009)$$

se la costante è espressa da c_t e la deformazione da θ . Se la deformazione passa da q a q_0 , il lavoro immagazzinato sarà:

$$W = \frac{1}{2} c_t (\theta^2 - \theta_0^2). \quad (1.010)$$

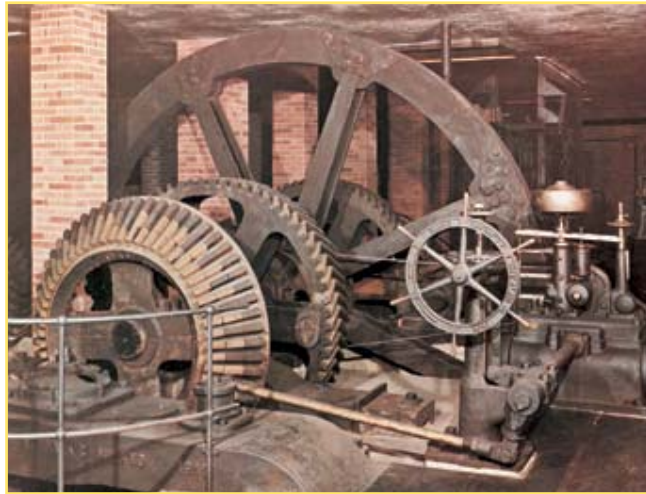
1.6.3. Energia Cinetica

L'energia cinetica è una energia meccanica associata alla velocità. Si consideri una massa m che cade da un'altezza h per effetto della gravità. La massa m sarà sottoposta ad un'accelerazione g , mentre l'altezza h sarà percorsa nel tempo t cosicché:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1.011)$$

e la velocità raggiunta sarà:

$$v = g t = \sqrt{2 g h} \quad (1.012)$$



definita dal rapporto della forza applicata a questa molla divisa per la sua deformazione, e se questa costante è rappresentata da c , l'energia potenziale della molla deformata sarà data da:

$$E_p = \frac{1}{2} c \lambda^2 \quad (1.007)$$

dove l è la deformazione della molla. Se la molla si estende da l a l_0 , l'energia meccanica immagazzinata sarà:

$$\Omega = \frac{1}{2} \chi (\lambda^2 - \lambda_0^2). \quad (1.008)$$

La costante elastica di una molla di torsione è data dal rapporto tra la coppia applicata e la deformazione che ne consegue. L'energia potenziale sarà quindi data da:

$$E_p = \frac{1}{2} c_t \theta^2 \quad (1.009)$$

se la costante è espressa da c_t e la deformazione da θ . Se la deformazione cambia da q a q_0 , il lavoro immagazzinato sarà:

$$W = \frac{1}{2} c_t (\theta^2 - \theta_0^2). \quad (1.010)$$

1.6.3 Kinetic Energy

Kinetic energy is a mechanical energy linked with speed. Let us consider a mass m falling from a height h under the action of gravity. The mass m will be subjected to an acceleration g , the height h will be covered in a time t so that:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1.011)$$

and the speed reached will be:

$$v = g t = \sqrt{2 g h} \quad (1.012)$$

Ne deriva che l'altezza h espressa come funzione della velocità sarà:

$$h = \frac{v^2}{2g} \quad (1.013)$$

L'energia potenziale sarà quindi data da:

$$E_p = mgh = \frac{mv^2}{2} \quad (1.014)$$

Quest'energia, espressa in funzione della velocità, rappresenta l'energia cinetica equivalente all'energia potenziale sviluppata.

Quindi:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1.015)$$

Per il moto rotatorio ogni massa elementare del solido che gira intorno all'asse di rotazione ad una distanza r da esso, alla velocità angolare ω , possiede velocità lineare $v = \omega r$.

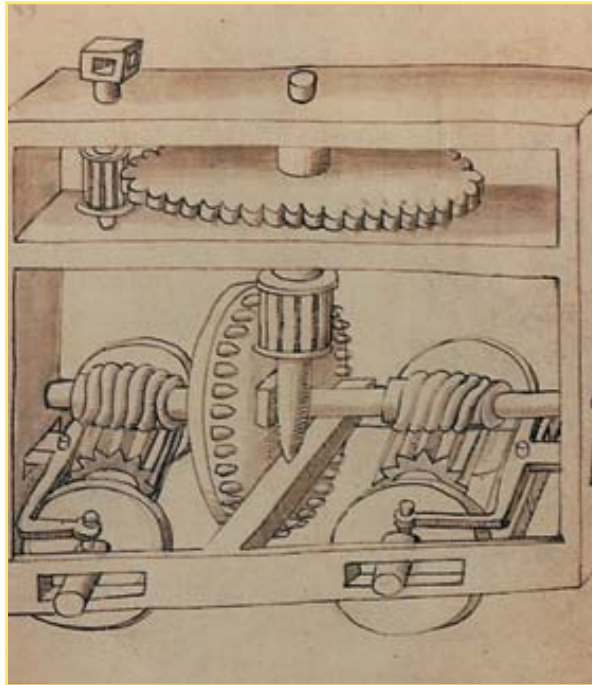
L'insieme delle masse elementari avrà quindi un'energia risultante dalla somma dell'energia di ciascuna massa, ossia

$$E_c = \frac{1}{2} \iiint_V dm \omega^2 \rho^2 \quad (1.016)$$

Essendo la velocità angolare la stessa per tutti i punti del solido, si avrà:

$$E_c = \frac{1}{2} \omega^2 \iiint_V dm \rho^2 = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2 \quad (1.017)$$

dove J_{Δ} è il momento di inerzia assiale (vedi equazione 1.039)



It follows that the height h expressed as a function of speed will be:

$$h = \frac{v^2}{2g} \quad (1.013)$$

The potential energy will be given by:

$$E_p = mgh = \frac{mv^2}{2} \quad (1.014)$$

This energy, expressed as a function of the speed, is

the kinetic energy equivalent to the developed potential energy.

So:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1.015)$$

For a movement of rotation, every elementary mass of the solid turning around the rotating axis at an angular speed ω , is driven by a linear speed $n = \omega r$.

The whole of the elementary masses will then have an energy resulting from the sum of the energy of each mass, i.e.

$$E_c = \frac{1}{2} \iiint_V dm \omega^2 \rho^2 \quad (1.016)$$

The angular speed, being the same for all the points of the solid, will give:

$$E_c = \frac{1}{2} \omega^2 \iiint_V dm \rho^2 = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2 \quad (1.017)$$

where J_{Δ} is the moment of inertia (see equation 1.039)